الموضوع

التمرين الأول: (4 نقط)

نعتبر المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ المعرفة بما يلي : $u_n = \int_1^e x(\ln x)^{n+1}dx \quad : \quad (\forall n\in\mathbb{N}^*)$ و $u_0 = \int_1^e x\ln x dx$.

0,5 ① – بإستعمال المكاملة بالأجزاء ، أحسب u_0 .

0,5 ② – بإستعمال المكاملة بالأجزاء ، أحسب u_1 .

0,5 ③ – بين أن : $u_n \geq 0 \quad : \quad (\forall n\in\mathbb{N}^*)$.

0,75 ④ – بين أن المتتالية $(u_n)_{n\geq 1}$ تناقصية، ثم إستنتج أنها متقاربة.

0,75 ⑤ – أ – بإستعمال المكاملة بالأجزاء ، بين أن : $2u_{n+1}+(n+2)u_n = e^2 \quad : \quad (\forall n\in\mathbb{N}^*)$.

0,25 ب – إستنتج u_2 .

0,5 ⑥ – أ – بين أن : $u_n \leq \dfrac{e^2}{n+2} \quad : \quad (\forall n\in\mathbb{N}^*)$.

0,25 ب – إستنتج $\lim\limits_{n\to+\infty} u_n$.

التمرين الثاني : (3 نقط)

نعتبر في الفضاء (ξ) المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(1,-2,-1)$ و $B(0,1,0)$ و $C(0,-1,-2)$.

0,75 ① – أ – أحسب $\overrightarrow{AB}\wedge\overrightarrow{AC}$ ، ثم إستنتج أن النقط A ، B و C غير مستقيمية ؛

0,5 ب – حدد معادلة ديكارتية للمستوى (ABC) .

② – لتكن (S) الفلكة المعرفة بالمعادلة الديكارتية التالية :

$$(S):\quad x^2+y^2+z^2+6x-6y-4z+13=0$$

0,5 أ – حدد إحداثيات النقطة Ω مركز الفلكة (S) و شعاعها R .

ب – حدد التمثيل البارامتري للمستقيم (D) المار من Ω و العمودي على المستوى

0,5 (ABC) ؛

0,25 ج – أحسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (ABC) .

0,5 ③ – بين أن المستقيم (D) يقطع الفلكة (S) في نقطتين M و N محددا إحداثيات كل منهما .

التمرين الثالث : (4 نقط)

الجزء 1 :

① – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E):\ z^2-2z\sin\theta+2(1+\cos\theta)=0$

حيث $\theta\in\left]0,\pi\right[$.

1 نرمز ب z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) بحيث $\mathrm{Im}(z_1)\succ\mathrm{Im}(z_2)$.

1 ② – حدد الشكل المثلثي للعددين العقديين z_1 و z_2 بدلالة θ .

③ – نعتبر في المستوى العقدي منسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{u},\vec{v})$ ، النقط A و B

التي ألحاقها على التوالي a و b بحيث : $a=z_1$ و $b=\overline{a}$.

أ – حدد معللا جوابك طبيعة المثلث OAB .	0,5
ب – ما قيمة θ التي من أجلها يكون المثلث OAB متساوي الأضلاع.	0,75
☺الجزء 2 : ليكن f التحويل الذي يربط كل نقطة M التي لحقها z من المستوى بالنقطة M' التي لحقها z' بحيث : $z'=\left(-\frac{1}{2}-\frac{\sqrt{3}}{2}i\right)z+1+i$.	
أ – حدد ω لحق النقطة Ω التي تحقق : $f(\Omega)=\Omega$ ، .	0,25
ب – حدد طبيعة التحويل f و عناصره المميزة .	0,5

✍التمرين الرابع : (7,5 نقط)

☺الجزء 1 : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=\ln\left(1+e^{-x}\right)-\frac{1}{1+e^{x}}$	
① – أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} g(x)$ و $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} g(x)$ ؛	0,5
② – أ – أحسب $g'(x)$: $(\forall x\in\mathbb{R})$ ؛	0,75
ب – ضع جدول تغيرات الدالة g ؛	0,25
③ – إستنتج مما سبق إشارة $g(x)$ على $\mathbb{R}$.	0,5
☺الجزء 2 : نعتبر الدالة العددية f المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $f(x)=e^{x}\ln\left(1+e^{-x}\right)$	
① – أحسب النهاية $\lim\limits_{x\mapsto+\infty} f(x)$ ، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها ؛	1
② – أ – تحقق أن : $(\forall x\in\mathbb{R}):\quad f(x)=e^{x}\ln\left(1+e^{x}\right)-xe^{x}$ ؛	0,5
ب – أحسب النهاية $\lim\limits_{x\mapsto-\infty} f(x)$ ، ثم أول هندسيا النتيجة المحصل عليها ؛	0,5
③ – أ – بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}):\quad f'(x)=e^{x}.g(x)$ ؛	0,5
ب – ضع جدول تغيرات الدالة f ؛	0,25
④ – أحسب $f(0)$ ثم أنشئ المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ في معلم متعامد ممنظم $(O,\vec{i},\vec{j})$ ؛حيث $\Vert\vec{i}\Vert=\Vert\vec{j}\Vert=2cm$. (نعطي : $\ln 2\approx 0,7$ و $A\left(\frac{-4}{5};\frac{1}{2}\right)$ نقطة إنعطاف)	0,75
⑤ – أ – بين أن الدالة f تقبل دالة عكسية معرفة على مجال I يتم تحديده ؛	0,5
ب – أحسب $\left(f^{-1}\right)'(\ln 2)$ ؛	0,5
⑥ – تحقق أن : $\frac{1}{1+e^{-x}}=\frac{e^{x}}{1+e^{x}}$: $(\forall x\in\mathbb{R})$ ، ثم أحسب التكامل : $I=\int_{0}^{\ln 2}\frac{1}{1+e^{-x}}dx$ ؛	0,5
⑦ – بإستعمال المكاملة بالأجزاء ، أحسب مساحة الحيز المحصور بين المنحنى $(\mathscr{C}_f)$ و محور الأفاصيل و المستقيمين اللذين معادلتاهما على التوالي $x=0$ و $x=\ln 2$.	0,5

✍التمرين الخامس : (1,5 نقط)

يحتوي كيس U_1 على ثلاث كرات تحمل الرقم 2 و كرتين تحملان الرقم 3 ، ويحتوي كيس U_2 على ثلاث كرات بيضاء و كرتين حمراوان . نسحب عشوائيا كرة واحدة من الكيس U_1 و نسجل رقمها ثم نسحب عشوائيا و في آن واحد n كرة من الكيس U_2 حيث n هو الرقم الذي

تحمله الكرة المسحوبة من الكيس U_1 .	
ليكن X المتغير العشوائي الذي يساوي عدد الكرات البيضاء المسحوبة	
① – حدد قانون إحتمال التغير العشوائي X ؛	1
② – أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.	0,5