

الموضوع

التمرين الأول: (نقطتين)

① - بإخطاط $\sin^3 x$ بين أن : $\sin^3 x = -\frac{1}{4}\sin 3x + \frac{3}{4}\sin x$ ، ثم أحسب التكامل $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin^3 x dx$. 0,75

②- نضع : $J = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \cos^3 x dx$ ، أحسب $I + J$ ثم إستنتج J . 0,75

③- نعتبر المعادلة التفاضلية : $f'(x) - 2f(x) + 1 = 0$. (E) . حدد الحل f للمعادلة (E) الذي يحقق : $2\int_0^{\ln 2} f(x) dx = \ln 2 + 3$. 0,5

التمرين الثاني : (3 نقاط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممتظم مباشر $(O, \vec{i}, \vec{j}, \vec{k})$ ، النقطة $A(0,1,1)$ و $O(0,0,0)$ و $B(2,-1,-2)$

① - أ- حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\vec{OA} \wedge \vec{OB}$ ، ثم إستنتج أن النقطة O و A و B غير مستقيمة . 0,75

ب- حدد معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) . 0,5

②- لتكن (S) الفلكة المعرفة بالمعادلة الديكارتية التالية :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 6z + 2 = 0$$

أ- حدد إحداثيات النقطة Ω مركز الفلكة (S) و شعاعها R . 0,5

ب- أحسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (OAB) . 0,25

ج- إستنتج أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) في A . 0,25

③- ليكن (Q) المستوى المماس للفلكة (S) و الموازي للمستوى (OAB) . حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) . 0,75

التمرين الثالث : (3,5 نقاط)

الجزء 1:

① - حل في مجموعة الأعداد العقدية \mathbb{C} المعادلة : $z^2 - 2z \cos \theta + 1 = 0$: (E) حيث $\theta \in]0, \pi[$ ؛ 0,5

نرمز ب z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) بحيث $\text{Im}(z_1) > 0$. 0,5

②- نعتبر العددين العقديين $a = 1 + z_1$ و $b = 1 - z_1$. 0,5

أ- بإخطاط $\sin^2 \alpha$ بين أن : $2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ ، ثم إستنتج أن $2\cos^2 \alpha = \cos 2\alpha + 1$. 0,5

ب- حدد الشكل المثلثي للعددين العقديين a و b بدلالة θ . (نعطي $\sin 2\alpha = 2\cos \alpha \sin \alpha$) . 0,75

ج- بين أن : $\frac{b}{a} = -i \tan \frac{\theta}{2}$ ، ثم إستنتج أن : $\left(\frac{b}{a}\right)^{2016} \in \mathbb{R}^+$. 0,5

د- ما قيمة θ التي من أجلها يكون المثلث OAB متساوي الساقين و قوائم الزاوية في O . 0,5

الجزء 2: ليكن f التحويل الذي يربط كل نقطة M التي لحقها z من المستوى بالنقطة M' التي لحقها z' بحيث : $z' = iz + 2 - 4i$.

أ - حدد ω لحق النقطة Ω التي تحقق : $f(\Omega) = \Omega$ ،

0,25

ب - حدد طبيعة التحويل f وعناصره المميزة .

0,5

التمرين الرابع: (8 نكوة)

الجزء 1: نعتبر الدالة العددية h المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $h(x) = xe^x + 1$

① - أحسب $h'(x)$ لكل x من \mathbb{R} ثم أدرس تغيرات الدالة h .

0,5

② - استنتج إشارة الدالة h على \mathbb{R} .

0,25

الجزء 2: نعتبر الدالة العددية g المعرفة على \mathbb{R} بما يلي : $g(x) = x - e^x + 2$

و ليكن (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (أنظر الشكل).

① - أ - حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة (E) التالية :

$$\forall x \in \mathbb{R} : g(x) = 0$$

0,5

ب - نعطي جدول القيم التالي :

x	-1,9	-1,8	0	1,1	1,2
$g(x)$	-0,05	0,03	1	0,1	-0,12

بين أن المعادلة $g(x) = 0 \forall x \in \mathbb{R}$ تقبل حلين

0,5

مختلفين α و β في \mathbb{R} حيث : $1,1 < \alpha < 1,2$ و $-1,9 < \beta < -1,8$.

② - حدد ، إنطلاقاً من (C_g) ، إشارة الدالة g على \mathbb{R} .

0,5

الجزء 3: نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي $f(x) = \frac{e^x - 1}{xe^x + 1}$

① - حدد D_f ، ثم أحسب النهايتين : $\lim_{x \rightarrow +\infty} f(x)$ و $\lim_{x \rightarrow -\infty} f(x)$ و أول هندسيا النتيجةتين

1

المتوصل إليهما ؛

② - أ - أحسب $f'(x) : (\forall x \in \mathbb{R})$ ؛

0,5

ب - أدرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها ؛

0,5

③ - حدد معادلة المستقيم (Δ) المماس للمنحنى (C_f) عند أصل المعلم ؛

0,25

④ - أ - بين أن : $f(x) - x = \frac{(x+1)}{xe^x + 1} u(x) : (\forall x \in \mathbb{R})$ ؟ حيث : $u(x) = e^x - xe^x - 1$.

0,5

ب - أدرس تغيرات الدالة u ؛

0,5

ج - استنتج إشارة الدالة u ؛

0,25

د - استنتج الوضع النسبي للمنحنى (C_f) و المستقيم (Δ) ؛

0,25

⑤ - أنشئ (Δ) و المنحنى (C_f) في م.م.م $(O; \vec{i}; \vec{j})$. (نعطي : $f(\alpha) \approx 0,5$ و $f(\beta) \approx -1,2$)

0,5

$$u_0 = -\frac{1}{2}$$

$$u_{n+1} = f(u_n) \quad (\forall n \in \mathbb{N})$$

الجزء 4: نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

① - بين بالترجع أن : $-1 \leq u_n \leq 0 : (\forall n \in \mathbb{N})$.

0,5

② - بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ تناقصية (يمكنك استعمال نتيجة السؤال ④ الجزء الثالث).

0,25

③ - بين أن المتتالية $(u_n)_{n \in \mathbb{N}}$ متقاربة و حدد نهايتها؟

0,75

التمرين الخامس: (3,5 نقاط)

يرمي أحمد هدفا ثابتا مستعملا نوعين من الرصاص احتمال إصابته الهدف برصاصة من

النوع A هو $\frac{8}{10}$. و احتمال إصابته الهدف برصاصة من النوع B هو $\frac{6}{10}$.

① - يرمي أحمد الهدف برصاصتين من النوع A. ليكن X عدل إصابته الهدف.

أ - حدد قانون احتمال المتغير العشوائي X ؟

0,5

ب - أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.

0,25

② - يرمي أحمد الهدف برصاصة من النوع A، ثم برصاصة من النوع B.

أ - أحسب احتمال إصابته الهدف بالرصاصتين معا.

0,5

ب - أحسب احتمال إصابته الهدف بإحدى الرصاصتين على الأقل.

0,5

③ - يسحب أحمد تائيا رصاصتين من كيس يحتوي على 3 رصاصات من النوع A، و 4

رصاصات من النوع B.

أ - أحسب احتمال سحب رصاصتين من النوع A.

0,5

ب - أحسب احتمال سحب رصاصتين مختلفتي النوع.

0,5

ج - أحسب احتمال إصابة أحمد الهدف مرتين.

0,75

موقع النجاح في الفيزياء و الرياضيات

www.physique-maths.com