الموضوع

التمرين الأول: (نقطتين)

① – بإخطاط $\sin^3 x$ بين أن : $\sin^3 x = -\frac{1}{4}\sin 3x + \frac{3}{4}\sin x$ ، ثم أحسب التكامل $I = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \sin^3 x dx$. — 0,75

②– نضع : $J = \int_{\frac{\pi}{3}}^{\pi} \cos^3 x dx$ ، أحسب $I + J$ ثم إستنتج J . — 0,75

③– نعتبر المعادلة التفاضلية : $(E): \ f'(x) - 2f(x) + 1 = 0$. حدد الحل f للمعادلة (E) الذي يحقق : $2\int_0^{\ln 2} f(x)dx = \ln 2 + 3$. — 0,5

التمرين الثاني: (3 نقط)

نعتبر في الفضاء المنسوب إلى معلم متعامد ممنظم مباشر $(O,\vec{i},\vec{j},\vec{k})$ ، النقط $A(0,1,1)$ و $B(2,-1,-2)$ و $O(0,0,0)$.

① – أ – حدد مثلوث إحداثيات المتجهة $\overrightarrow{OA} \wedge \overrightarrow{OB}$ ، ثم إستنتج أن النقط O و A و B غير مستقيمة — 0,75

ب – حدد معادلة ديكارتية للمستوى (OAB) . — 0,5

②– لتكن (S) الفلكة المعرفة بالمعادلة الديكارتية التالية :

$$x^2 + y^2 + z^2 - 2x + 2y - 6z + 2 = 0$$

أ – حدد إحداثيات النقطة Ω مركز الفلكة (S) و شعاعها R . — 0,5

ب – أحسب مسافة النقطة Ω عن المستوى (OAB). — 0,25

ج – إستنتج أن المستوى (OAB) مماس للفلكة (S) في A . — 0,25

③– ليكن (Q) المستوى المماس للفلكة (S) و الموازي للمتسوى (OAB). حدد معادلة ديكارتية للمستوى (Q) . — 0,75

التمرين الثالث: (3,5 نقط)

☺الجزء 1 :

① – حل في مجموعة الأعداد العقدية $\mathbb{C}$ المعادلة : $(E): \ z^2 - 2z\cos\theta + 1 = 0$ حيث $\theta \in]0,\pi[$ ؛ نرمز ب z_1 و z_2 لحلي المعادلة (E) بحيث $\text{Im}(z_1) \succ 0$. — 0,5

②– نعتبر العددين العقديين $a = 1 + z_1$ و $b = 1 - z_1$.

أ – بإخطاط $\sin^2 \alpha$ بين أن: $2\sin^2 \alpha = 1 - \cos 2\alpha$ ، ثم إستنتج أن $2\cos^2 \alpha = \cos 2\alpha + 1$. — 0,5

ب – حدد الشكل المثلثي للعددين العقديين a و b بدلالة θ .(نعطي $\sin 2\alpha = 2\cos\alpha\sin\alpha$) — 0,75

ج – بين أن : $\frac{b}{a} = -i\tan\frac{\theta}{2}$ ، ثم إستنتج أن : $\left(\frac{b}{a}\right)^{2016} \in \mathbb{R}^+$. — 0,5

د – ما قيمة θ التي من أجلها يكون المثلث OAB متساوي الساقين و قائم الزاوية في O . — 0,5

☺الجزء 2 :

ليكن f التحويل الذي يربط كل نقطة M التي لحقها z من المستوى بالنقطة M' التي لحقها z' بحيث : $z' = iz + 2 - 4i$.

أ – حدد ω لحق النقطة Ω التي تحقق : $f(\Omega)=\Omega$ ، . 0,25

ب – حدد طبيعة التحويل f و عناصره المميزة . 0,5

التمرين الرابع : (8 نقط)

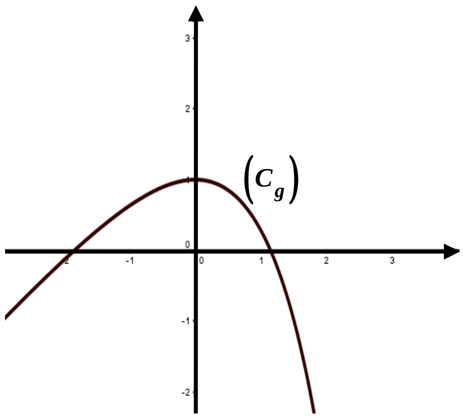
الجزء 1 : نعتبر الدالة العددية h المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $h(x)=xe^{x}+1$

① – أحسب $h'(x)$ لكل x من $\mathbb{R}$ ثم أدرس تغيرات الدالة h . 0,5

② – إستنتج إشارة الدالة h على $\mathbb{R}$. 0,25

الجزء 2 : نعتبر الدالة العددية g المعرفة على $\mathbb{R}$ بما يلي : $g(x)=x-e^{x}+2$

و ليكن (C_g) المنحنى الممثل للدالة g في معلم متعامد ممنظم $(O;\vec{i};\vec{j})$. (أنظر الشكل) .



① – أ – حدد مبيانيا عدد حلول المعادلة (E) التالية :

$\forall x\in\mathbb{R}:\quad g(x)=0$ 0,5

ب – نعطي جدول القيم التالي :

x	$-1,9$	$-1,8$	0	$1,1$	$1,2$
$g(x)$	$-0,05$	$0,03$	1	$0,1$	$-0,12$

بين أن المعادلة $\forall x\in\mathbb{R}:\ g(x)=0$ تقبل حلين 0,5

مختلفين α و β في $\mathbb{R}$ حيث: $1,1\prec\alpha\prec1,2$ و $-1,9\prec\beta\prec-1,8$.

② – حدد ، إنطلاقا من (C_g)، إشارة الدالة g على $\mathbb{R}$. 0,5

الجزء 3 : نعتبر الدالة العددية f المعرفة بما يلي $f(x)=\dfrac{e^{x}-1}{xe^{x}+1}$.

① – حدد D_f ، ثم أحسب النهايتين : $\lim\limits_{x\to+\infty}f(x)$ و $\lim\limits_{x\to-\infty}f(x)$ و أول هندسيا النتيجتين المتوصل إليهما ؛ 1

② – أ – أحسب $f'(x)$: $(\forall x\in\mathbb{R})$ ؛ 0,5

ب – أدرس تغيرات الدالة f ثم ضع جدول تغيراتها ؛ 0,5

③ – حدد معادلة المستقيم (Δ) المماس للمنحنى (ζf) عند أصل المعلم ؛ 0,25

④ – أ – بين أن : $(\forall x\in\mathbb{R}):\ f(x)-x=\dfrac{(x+1)}{xe^{x}+1}u(x)$ حيث: $u(x)=e^{x}-xe^{x}-1$. 0,5

ب – أدرس تغيرات الدالة u؛ 0,5

ج – إستنتج إشارة الدالة u؛ 0,25

د – إستنتج الوضع النسبي للمنحنى (ζf) و المستقيم (Δ)؛ 0,25

⑤ – أنشئ (Δ) و المنحنى (ζf) في م.م.م $(O,\vec{i},\vec{j})$.(نعطي : $f(\alpha)\approx0,5$ و $f(\beta)\approx-1,2$) 0,5

الجزء 4 : نعتبر المتتالية العددية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ المعرفة بما يلي :

$$\begin{cases} u_0=-\dfrac{1}{2} \\ u_{n+1}=f(u_n) \quad (\forall n\in\mathbb{N}) \end{cases}$$

① – بين بالترجع أن : $-1\le u_n\le0$: $(\forall n\in\mathbb{N})$. 0,5

② – بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ تناقصية (يمكنك إستعمال نتيجة السؤال ④ الجزء الثالث). 0,25

③ – بين أن المتتالية $(u_n)_{n\in\mathbb{N}}$ متقاربة و حدد نهايتها؟	0,75
التمرين الخامس:(3,5 نقطة)	
يرمي أحمد هدفا ثابتا مستعملا نوعين من الرصاص إحتمال إصابته الهدف برصاصة من النوع A هو $\frac{8}{10}$. و إحتمال إصابته الهدف برصاصة من النوع B هو $\frac{6}{10}$.	
① – يرمي أحمد الهدف برصاصتين من النوع A. ليكن X عدد إصاباته الهدف.	
أ – حدد قانون إحتمال المتغير العشوائي X ؟	0,5
ب – أحسب الأمل الرياضي $E(X)$.	0,25
② – يرمي أحمد الهدف برصاصة من النوع A، ثم برصاصة من النوع B.	
أ – أحسب إحتمال إصابته الهدف بالرصاصتين معا.	0,5
ب – أحسب إحتمال إصابته الهدف بإحدى الرصاصتين على الأقل.	0,5
③ – يسحب أحمد تأنيا رصاصتين من كيس يحتوي على 3 رصاصات من النوع A، و 4 رصاصات من النوع B.	
أ – أحسب إحتمال سحب رصاصتين من النوع A.	0,5
ب – أحسب إحتمال سحب رصاصتين مختلفتي النوع.	0,5
ج – أحسب إحتمال إصابة أحمد الهدف مرتين.	0,75